

ENCODER problēmas risināšana ar Boltzmana algoritma palīdzību

Grabusts Pēteris, Rēzeknes Augstskola, Latvija

The paper analyzes a model of a neural net proposed by Hinton et al (1985). They have added noise to the Hopfield net and have called it Boltzmann machine (BM) drawing an analogy with the behaviour of physical systems with noise and temperature. Temperature has the effect of giving the state vector a certain average energy so it does not always occupy the lowest energy state. The process of artificially reducing the temperature of a system modelled on a computer is called simulated annealing that reaches thermal equilibrium.

Keywords: Boltzmann machine, simulated annealing, thermal equilibrium, learning algorithm, encoder problem.

1. Ievads

Darbs ir turpinājums pētījumu tēmai par vienu no mākslīgo neironu tīklu veidiem – Boltzmana mašīnu. Tiek parādīts Boltzmana mašīnas apmācības algoritms. Boltzmana mašīna tiek izmantota tēlu atpazīšanas un klasifikācijas uzdevumos. Kā trūkums tiek minēts lēns apmācības algoritms, toties tas dod iespēju izkļūt no lokālajiem minimumiem.

Eksperimenta mērķis bija nomodelēt vienu no klasiskajiem mākslīgo neironu tīklu algoritmu pārbaudes uzdevumiem : šifratora jeb *Encoder* problēmu tādā veidā, kā tas ir definēts Boltzmana mašīnas algoritma pamatlicēja Hintonu u.c. darbā [1].

2. Boltzmana mašīna

Darbā [6] ir apskatīti Hopfilda tīkla modeļi ar nepārtrauktu aktivācijas funkciju F , kas nosacīti labāk modelē bioloģisko neironu. Vispārīgā gadījumā tā ir S-veidīga vai loģistiskā funkcija :

$$F(x) = 1/(1 + \exp(-hNET)), \quad (1)$$

kur h – koeficients, kas nosaka sigmoidālās funkcijas slīpumu. Ja h ir liels, F tuvojas sliekšņa funkcijai. Nelielas h vērtības dod daudz lēzenāku F izskatu. Kā arī binārajām sistēmām, stabilitāte tiek garantēta, ja svāri ir simetriski, t.i. $w_{ij}=w_{ji}$ un $w_{ii} = 0$ visiem i . Ja h ir liels, nepārtrauktās sistēmas darbojas līdzīgi diskrētajām binārajām sistēmām, galīgi stabilizējoties ar visām izejām – tuvām nullei vai vieniniekam t.i. vienības hiperkuba virsotnēs.

Hopfilda tīklu trūkums ir to tendence stabilizēties lokālajos, bet ne globālajos enerģijas funkcijas minimumos. Ēis trūkums pārsvarā tiek pārvarēts ar mākslīgo neironu tīklu klases palīdzību, kas zināma ar nosaukumu Boltzmana mašīna (*Boltzmann Machines*). Ar klasisko Boltzmana mašīnu saprot neironu tīklu, kuru piedāvāja G.Hintonu ar kolēģiem 1986.gadā un aprakstīja darbā [1]. Boltzmana mašīnā neironu stāvokļu izmaiņas ir aprakstītas ar statistiskajām, bet ne determinētajām sakarībām. Pastāv cieša analogija starp šīm metodēm un metāla atdzišanu, tāpēc arī pašas metodes bieži sauc par imitēto atkvēlināšanu (*Simulated annealing*).

Simulated Annealing metodi latviski varētu nosaukt arī par “atdzišanas imitācijas” metodi. Tās pamatā ir analogija ar statistisko mehāniku un, konkrēti, ar cietvielu fizikas elementiem. Var minēt praktisku piemēru no metalurģijas – kas notiek ar ķermeņa atomāro struktūru, to strauji atdzesējot t.i. pazeminot temperatūru. Krasa temperatūras pazemināšana var novest pie sistēmas nesimetriskas struktūras, jeb citiem vārdiem sakot, pie neoptimāla stāvokļa (ar kļūdām). Atdzišana galu galā noved pie stāvokļa, kad sistēma sastingst jeb iesalst (*freeze*) un iestājas termālais līdzsvars (*thermal equilibrium*). Kad atdzišana ir beigusies, ir panākts enerģijas globālā minimuma stāvoklis. Pie fiksētas temperatūras sistēmas enerģijas sadalījums nosakās ar Boltzmana sadalījuma funkcijas palīdzību :

$$\exp(-E/kT) , \quad (2)$$

kur E – sistēmas enerģija, k – Boltzmana konstante, T – temperatūra. No šejienes var redzēt, ka pastāv galīga varbūtība tam, ka sistēmai var būt liela enerģija pat pie zemām temperatūrām.

Enerģijas statistiskais sadalījums ļauj sistēmai iziet no lokālajiem enerģijas minimumiem. Tajā pašā laikā augsti enerģētisko stāvokļu varbūtība samazinās, pazeminoties temperatūrai. Tādējādi – pie zemām temperatūrām pastāv spēcīgāka tendence ieņemt mazāk enerģētiskus stāvokļus.

Ja stāvokļu izmaiņas noteikumi binārajam Hopfīlda tīklam uzdoti nevis determinēti, bet gan statistiski, tad veidojas sistēma, kas imitē “atdzišanu”. Tās realizācijai tiek ieviesta svāra izmaiņas varbūtība. Pieņemam

$$E_k = \text{NET}_k - O_k \quad (3)$$

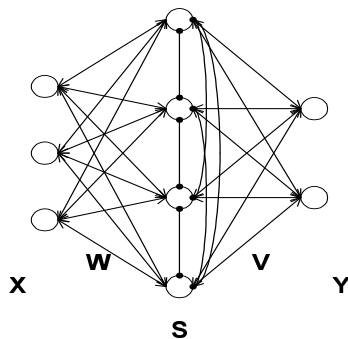
kur NET_k – k-tā neirona izeja NET; O_k - k-tā neirona sliekšnis, un neirons aktivizējas ar sekojošu varbūtību :

$$p_k = 1/[1 + \exp(-\Delta E_k/T)]. \quad (4)$$

T ir mākslīgā temperatūra, kurai sākotnēji piešķir lielu vērtību; neironiem sākumstāvokli nosaka ieejas vektors un tīklam tiek dota iespēja meklēt enerģijas minimumu saskaņā ar sekojošu procedūru:

- katram neironam ar varbūtību p_k piešķirt vērtību 1, bet ar varbūtību $(1 - p_k)$ – vērtību 0;
- pakāpeniski samazināt mākslīgo temperatūru un atkārtot soli a) tik ilgi, kamēr būs saniegts termālais līdzsvars.

Viens no iespējamajiem Boltzmana mašīnas arhitektūras veidiem parādīts zīm.1.



Zīm. 1. Boltzmana mašīnas piemērs

Boltzmana mašīnas elementi iedalās divās funkcionālās grupās – netukšā redzamo elementu (neironu) kopa un (iespējams tukša) slēpto jeb neredzamo elementu kopa. Redzamie elementi (zīmējumā X un Y) – interfeiss starp tīklu un ārējo vidi. Apmācības laikā redzamie elementi stiprinās (*clamped*) specifiskos stāvokļos, ko nosaka risināmā uzdevuma vajadzības t.i. jebkura redzamo elementu kopa var būt nostiprināta. Slēptie elementi (zīmējumā S), ja ir, nekad netiek nostiprināti un tiek izmantoti, lai “palīdzētu” aprakstīt saites ieejas vektoru kopā, kuras nevar tikt uzdotas tiešā veidā kā attiecības starp redzamajiem elementiem.

Hintons [1] piedāvā sekojošu atbilstību starp slēpto elementu (*H-hidden*) un redzamo elementu (*V-visible*) daudzumu :

$$\ln 2 \leq H < V \quad (5)$$

Boltzmana mašīnas formālais apmācības algoritms.

Dažādos speciālās literatūras avotos Boltzmana mašīnas apmācības procedūra faktiski tiek divās modifikācijās :

- 1. Bez slēpto elementu izmantošanas;
- 2. Ar slēpto elementu izmantošanu.

Pirmais variants pēc būtības ir vispārējā stohastiskā apmācības metode un iekļauj sekojošo soļu izpildi :

- “Mākslīgai temperatūrai” T piešķir lielu sākumvērtību.

2. Caur tīklu izlaiž ieejas vektorus un izskaitļo izejas vērtības un mērķa funkciju.
3. Pamaina svaru vērtības un pārrēķina tīkla izejas vērtības un mērķa funkciju.
4. Ja mērķa funkcijas vērtība samazinājas (t.i. uzlabojās), saglabā svaru izmaiņas.

Ja svaru izmaiņas noved pie mērķa funkcijas palielināšanās, tad šo izmaiņu saglabāšanas varbūtību izskaitļo ar Boltzmana sadalījuma palīdzību :

$$p(c) = e^{-c/kT} , \quad (6)$$

kur p - mērķa funkcijas izmaiņas varbūtība, k - konstante (analoģa Boltzmana konstantei), T - mākslīga temperatūra.

Izvēlas gadījuma skaitli $r \in [0,1]$. Ja $p > r$, tad izmaiņas saglabājas. Pretējā gadījumā atstāj iepriekšējo svaru vērtību. Šī procedūra ļauj sistēmai veikt varbūtisku soli virzienā, kas dod iespēju tai izrauties no lokālajiem minimumiem. Soļi 3 un 4 tiek atkārtoti katram no tīkla svāriem, pakāpeniski samazinot temperatūru T , kad būs sasniegta pietiekami zema mērķa funkcijas vērtība. Tad tiek piedāvāts cits ieejas vektors un apmācības process turpinās. Tīkls apmācās no visiem ieejas vektoriem, kamēr mērķa funkcija netiks pielāgota katram no tiem.

Boltzmana mašīnu izmanto tēlu atpazīšanas un klasifikācijas uzdevumos. Trūkums - lēns apmācības algoritms, taču tas ļauj izkļūt no lokālajiem minimumiem.

Otrās variants ir sarežģītāks un paredz slēpto elementu izmantošanu , ar apmācību divās fāzēs – *running freely* un *clamped*.

Šāda apmācības procedūra aprakstīta [1] un sastāv no sekojošiem soļiem :

1. *Izskaitļot nostiprinātās varbūtības (Pozitīvā fāze)*
 - a) ieejas un izejas neironiem piešķirt apmācošā parauga vērtības;
 - b) ļaut tīklam meklēt līdzsvaru;
 - c) ierakstīt izejas vērtības visiem neironiem;
 - d) atkārtot soļus a) – c) visiem apmācošajiem paraugiem;
 - e) izskaitļot varbūtību P_{ij}^+ t.i. pa visu apmācošo paraugu kopu izskaitļot varbūtību, ka abu neironu vērtības vienādas ar 1.
2. *Izskaitļot nenostiprinātās varbūtības (Negatīvā fāze)*
 - a) ļaut tīklam " brīvu kustību" bez nostiprinātām ieejām un izejām, sākot ar gadījumstāvokli;
 - b) atkārtot soli 2a) daudzkārtīgi, ierakstot visu neironu vērtības;
 - c) izskaitļot varbūtību P_{ij}^- t.i. pa visu apmācošo paraugu kopu izskaitļot varbūtību, ka abu neironu vērtības vienādas ar 1.

3. *Koriģēt tīkla svarus sekojošā veidā :*

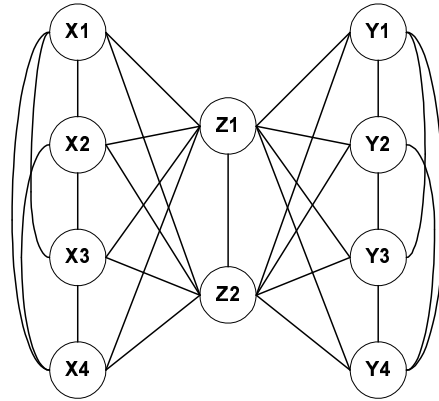
$$\Delta w_{ij} = n [P_{ij}^+ - P_{ij}^-], \quad (7)$$

kur Δw_{ij} - svaru w_{ij} izmaiņas, n – apmācības ātruma koeficients.

3. Encoder problēma

“ Šifratora problēma” (*Encoder problem*) , kuru piedāvāja Sanjaya Addanki, informācijas pārraides uzdevuma vienkāršota abstrakcija. Hintons izmantoja šo uzdevumu, testējot Boltzmana apmācības algoritmu. Šis uzdevums bieži sastopams literatūrā un tiek izmantots klasisko mākslīgo neironu tīklu algoritmu pārbaudes uzdevumiem. Tīkls sastāv no divām redzamo elementu grupām : V_1 un V_2 . Katra grupa sastāv no v elementiem. V_1 un V_2 nav saistītas savā starpā tieši, bet caur grupu H , sastāvošu no h slēptajiem elementiem ($h < v$).

Encoder ilustrācijai izmantosim apzīmējumus no [1]. Kā piemēru Hintons apskatīja sekojošu tīklu 4-2-4 t.i. tīkls sastāv no 4 ieejas elementiem, 2 slēptajiem elementiem un 4 izejas elementiem (skat. zīm. 2).



Zīm. 2. Boltzmana mašīnas piemērs tīklam 4-2-4

Apmācošie paraugi bija sekojoši:

INPUT	OUTPUT
1 0 0 0	1 0 0 0
0 1 0 0	0 1 0 0
0 0 1 0	0 0 1 0
0 0 0 1	0 0 0 1

Kā redzams, katrs apmācošais paraugs drīkst saturēt tikai vienu stāvokli, kura vērtība ir 1 (ON).

Суть обучения в том, что те компоненты, значения которых в обучаемом множестве равны 1 - могут перейти в 0 с вероятностью 0.15, а те компоненты, значения которых в обучаемом множестве равны 0 - могут перейти в 1 с вероятностью 0.05. После обучения должны быть показаны все образцы, которые могут быть “зашумленными”, но “правильно закодированными”.

4. Eksperiments

Eksperimenta mērķis bija pārbaudīt Boltzmana apmācības algoritmu Encoder problēmas atrisināšanai tīkliem 4-2-4 un 4-3-4 pie dažādām sākuma temperatūrām. Katram tīklam process notika divos soļos :

1. *Learning* –pēc dotajiem paraugiem notika apmācība pēc Boltzmana algoritma, kurš aprakstīts 2. nodaļā. Svaru vērtības tika saglabātas.
2. *Recall* - tika ievadīti testu dati un iegūtas izejas vērtības.

Tipiski rezultāti parādīti tabulā .

4-2-4 tīkls	4-2-4 tīkls
The number of elements in a pattern : 4	The number of elements in a pattern : 4
The number of hidden units : 2	The number of hidden units : 2
The number of input patterns : 4	The number of input patterns : 4
The number of epochs : 200	The number of epochs : 200
Temperature max. : 200	Temperature max. : 20
Temperature min. : 5	Temperature min. : 1
1000	1000
0100	0100
0010	0010
0001	0001

5. Secinājumi

Apmācības algoritma realizācija ir pietiekoši sarežģīta.

Boltzmana algoritma realizācijas metodika tiks izmantota turpmākajos pētījumus par Boltzmana mašīnas pielietojumiem attēlu atpazīšanas uzdevumos.

Literatūra

1. Ackley D.H., Hinton G.E. and Sejnowski T.J. (1985). A learning algorithm for Boltzmann machines, *Cognitive Science*, 9, P. 147-169.
2. Kirkpatrick S., Gelatt C.D. and Vecchi M.P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220, P. 671-680.
3. Alexander I., Morton H. (1991). *An introduction to Neural Computing*. Chapman & Hall.
4. Faisett L. (1994). *Fundamental of Neural Networks*. Prentice Hall In.
5. Kappen H.J. (1995). Deterministic learning rules for Boltzmann Machines. *Neural Networks*, Vol.8, No.4, P. 537-548
6. Hopfield J.J (1984). Neurons with graded response have collective computational properties like those of two state neurons. *Proc.Natl. Acad.Sci. USA*, 81, P. 3088-3092